Macroeconometría (Primavera 2005)
Examen de prueba

Nikolas Müller-Plantenberg*

26 de mayo de 2005

Nombre: ____

Apellido: ____

NIF (sólo examen final): ______________________________________

Instrucciones

Por favor, no leer las preguntas antes de que la profesora lo indique.

Hay tres partes, cada una con dos preguntas entre las que se puede elegir. **Contesta tres preguntas, una de cada parte.**

No hay ninguna ventaja de contestar a ambas preguntas de una parte; en este caso, sólo vale la respuesta a la primera de las dos preguntas.

Duración del examen: **1 hora y 55 minutos** (10 minutos para leer las preguntas, 35 minutos para cada pregunta).

El resultado de este examen de prueba sólo se incluye en la nota del curso si es mejor que la nota del examen final.

*E-mail: nikolas.muller@uc3m.es. Address: Room 15.1.08, Department of Economics, Universidad Carlos III de Madrid, Calle Madrid 126, 28903 Getafe (Madrid), Spain. Phone: +34 91 624-8669.

Pregunta	Puntos	Obtenido
1	34	
2	34	
3	33	
4	33	
5	33	
6	33	
Total	200	

1. Ecuaciones en diferencias

1. Suponemos que los inversores pueden invertir en dos tipos de activos financieros: bonos del estado y acciones. Un bono del estado lleva un tipo de interés contante que llamamos r. El precio de una acción en el período t es q_t. Por tener una acción durante el período t, se recibe un dividendo, d_{t+1}, al principio del periodo $t+1$.

   Queremos saber cuál es el precio adecuado de una acción. Suponemos que al los inversores, no les importa tomar riesgos, por ello comparan inversiones sin tomar en cuenta la mayor seguridad que bonos del estado suelen ofrecer en comparación con acciones.

   (a) Explica porque se tiene que cumplir la siguiente ecuación en cada período: [7]

   $$r = \frac{q_{t+1} - q_t}{q_t} + \frac{d_{t+1}}{q_t}, \qquad \forall\, t,$$

   donde

   $$r > 0.$$

   ¿Cuál es la interpretación económica de ésta ecuación?

   (b) Deriva una solución particular para q_t en términos de pasados valores de $\{d_t\}$, utilizando el método de iteración. Demuestra que la solución no converge. [7]

   (c) Deriva una solución particular para q_t en términos de los futuros valores de $\{d_t\}$, utilizando el método de iteración. Deriva la solución general y interpretala. [7]

   (d) Deriva la misma solución utilizando el operador de retardo. [7]

   (e) Deriva la función impulso-respuesta, es decir, la derivada de q_t con respeto a $m_{t+i}, i = 1, 2, \ldots$. Comenta sobre la intuición de esta función. [6]

   Total de pregunta 1: [34]

2. Los precios de la vivienda en España fluctúan mucho a través de los años. Considera el siguiente modelo del mercado de viviendas:

   $$x_t = x_{t-1} + i_{t-1},$$
   $$i_t = \xi p_t,$$
   $$p_t = -\phi x_t,$$

   donde

   $x_t :=$ número de viviendas,
   $p_t :=$ nivel de precios de las viviendas,
   $i_t :=$ número de viviendas construidas entre t y $t+1$,
   $\xi > 0$,
   $\phi > 0$.

   Suponemos que no hay depreciación; es decir, las casas no se estropean. Tampoco nos preocupamos si las variables pueden ser negativas o no; por ejemplo, podemos suponer que el número de viviendas, x_t, se mide en logarítmos.

(a) Interpreta las ecuaciones del modelo. [6]

(b) De las ecuaciones del modelo, forma una ecuación en diferencias en p_t como única variable. [6]

(c) Deriva la ecuación característica, mostrando todos los pasos. ¿Cuales son las raíces características? [6]

(d) Deriva las soluciones homogéneas, p_t^h, una solución particular, p_t^p, y la solución general, p_t^g, de la ecuación en diferencias. [6]

(e) Deriva la condición bajo la que la solución oscile. Comenta sobre la intuición económica del resultado. [5]

(f) Deriva la condición bajo la que el proceso explota. Comenta sobre la intuición económica del resultado. [5]

Total de pregunta 2: [34]

2. Modelos de series temporales univariantes

3. Considera el siguiente proceso ARMA(4,2):

$$y_t = 0{,}5 y_{t-1} + \phi y_{t-3} - 0{,}5\phi y_{t-4} + \varepsilon_t - \varepsilon_{t-1} + 0{,}25\varepsilon_{t-2},$$

donde

$$\varepsilon_t \sim \text{WN}(0, \sigma^2),$$
$$|\phi| < 1.$$

(a) Demuestra que el modelo en ecuación (3) es sobreparametrizado y que el modelo siguiente es equivalente: [6]

$$y_t = \phi y_{t-3} + \varepsilon_t - 0{,}5\varepsilon_{t-1}. \tag{1}$$

(b) Determina si el modelo en ecuación (1) es estacionario. Explica tu respuesta. [6]

(c) Calcula la función de autocorrelación del modelo en ecuación (1). Dibuja el correlograma para los primeros nueve retardos; es decir, la función de autocorrelación, ρ_k, con $k = 0, 1, 2, \ldots, 9$. [8]

(d) El modelo en ecuación (1) es de la siguiente forma: [7]

$$y_t = \phi y_{t-3} + \varepsilon_t + \theta\varepsilon_{t-1}.$$

Demuestra como se puede transformar este modelo a un modelo de medias móviles del orden infinito:

$$y_t = \sum_{i=0}^{\infty} \psi_i \varepsilon_{t-i}.$$

(e) Determina los valores de ψ_0, ψ_1, ψ_2 y ψ_3 en términos de ϕ y θ. [6]

Total de pregunta 3: [33]

4. Considera el siguiente proceso ARMA(5,1):

$$y_t = y_{t-1} + \phi y_{t-4} - \phi y_{t-5} + \varepsilon_t + \theta \varepsilon_{t-1},$$

donde

$$|\phi| < 1,$$
$$\varepsilon_t \sim \text{WN}(0, \sigma^2).$$

(a) Demuestra que el proceso no es estacionario y determina los valores de p, d y q de su representación ARIMA(p, d, q). [6]

(b) ¿Cuál es la característica importante de esta serie? Dada ésta característica, ¿existe otra representación ARIMA de este proceso? [6]

(c) Demuestra que Δy_t es un proceso estacionario. [6]

(d) Calcula su función de autocorrelación, utilizando las ecuaciones de Yule-Walker. [15]

Total de pregunta 4: [33]

3. Modelos de series temporales multivariantes

5. (a) En el análisis de modelos de vectores autoregresivos (VAR), distinguimos lo que se llama un VAR estructural y lo que se llama un VAR estándar. ¿Cuál es la diferencia entre ambos modelos? [5]

(b) ¿Qué significa cuando se habla de la necesidad de identificar un modelo de vectores autoregresivos? [5]

(c) Es posible de sobreidentificar un VAR. Primero, ¿qué significa? Y segundo, ¿cuál puede ser una ventaja? [5]

Blanchard y Quah (1989) proponen un elaborado método de identificación de un VAR que sirve para descomponer el producto nacional en sus componentes temporales y permanentes.

El VAR estructural que proponen es el siguiente:

$$\begin{bmatrix} \Delta y_t \\ z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11}(L) & C_{12}(L) \\ C_{21}(L) & C_{22}(L) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t} \\ \varepsilon_{2,t} \end{bmatrix},$$

donde

$$\begin{aligned} \Sigma_\varepsilon &:= \begin{bmatrix} \text{Var}(\varepsilon_1) & \text{Cov}(\varepsilon_1, \varepsilon_2) \\ \text{Cov}(\varepsilon_1, \varepsilon_2) & \text{Var}(\varepsilon_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ y_t &:= \text{producto nacional}, \\ z_t &:= \text{tasa del desempleo}. \end{aligned}$$

El VAR estructural se puede escribir también así:

$$\begin{aligned} \Delta y_t &= \sum_{k=0}^{\infty} c_{11}(k)\varepsilon_{1,t-k} + \sum_{k=0}^{\infty} c_{12}(k)\varepsilon_{2,t-k}, \\ z_t &= \sum_{k=0}^{\infty} c_{21}(k)\varepsilon_{1,t-k} + \sum_{k=0}^{\infty} c_{22}(k)\varepsilon_{2,t-k}. \end{aligned}$$

Por otra parte, el VAR estándar es el siguiente:

$$\begin{bmatrix} \Delta y_t \\ z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11}(L) & A_{12}(L) \\ A_{21}(L) & A_{22}(L) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta y_{t-1} \\ z_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{1,t} \\ e_{2,t} \end{bmatrix}.$$

(d) Blanchard y Quah imponen la siguiente restricción: [6]

$$\sum_{k=0}^{\infty} c_{11}(k)\varepsilon_{1,t-k} = 0.$$

Explica en breve cómo ésta ecuación sirve para dar una interpretación económica a los "shocks"$\varepsilon_{1,t}$ y $\varepsilon_{2,t}$ (además de hacer posible la identificación del modelo).

(e) Del modelo estándar, se puede derivar la siguiente ecuación: [6]

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \Delta y_t \\ z_t \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 - A_{11}(L)L & -A_{12}(L)L \\ -A_{21}(L)L & 1 - A_{22}(L)L \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} e_{1,t} \\ e_{2,t} \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{|A^*|} \begin{bmatrix} 1 - A_{22}(L)L & A_{12}(L)L \\ A_{21}(L)L & 1 - A_{11}(L)L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{11}(0) & c_{12}(0) \\ c_{21}(0) & c_{22}(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t} \\ \varepsilon_{2,t} \end{bmatrix}, \end{aligned} \tag{2}$$

donde

$$A^* := \begin{bmatrix} 1 - A_{11}(L)L & -A_{12}(L)L \\ -A_{21}(L)L & 1 - A_{22}(L)L \end{bmatrix}^{-1}.$$

Desconocemos inicialmente la siguiente matriz:

$$C(0) := \begin{bmatrix} c_{11}(0) & c_{12}(0) \\ c_{21}(0) & c_{22}(0) \end{bmatrix}.$$

Dada la ecuación (2), explica (en palabras, sin cálculos) por qué el conocimiento de la matriz $C(0)$ es importante para recuperar los parámetros $c_{11}(k)$, $c_{12}(k)$, $c_{21}(k)$ y $c_{22}(k)$, $k = 0, 1, 2, \ldots$ del VAR estructural en ecuación (c).

(f) ¿Para qué puede servir el conocimiento de $c_{11}(k)$, $c_{12}(k)$, $c_{21}(k)$ y $c_{22}(k)$? [6]

Total de pregunta 5: [33]

6. Considera la siguiente regresión de cointegración:

$$y_t = \alpha + \beta x_t + u_t, \tag{3}$$
$$u_t = \phi u_{t-1} + \varepsilon_t,$$

donde los ε_t son innovaciones independientes y idénticamente distribuidas con media cero y varianza σ^2 y las series temporales x_t y y_t son $I(1)$. El modelo se puede escribir en términos de un modelo de corrección de error:

$$\Delta y_t = \lambda + \gamma(y_{t-1} - \nu x_{t-1}) + \delta \Delta x_t + \varepsilon_t. \tag{4}$$

(a) Determina λ, γ, ν, δ en términos de los parámetros del problema original. [7]

(b) ¿Cuál es la interpretación del modelo en el caso en que $0 < \phi < 1$? [6]

(c) ¿Cuál es la interpretación del modelo en el caso en que $\phi = 1$? [6]

(d) Dando un ejemplo específico, explica cómo una relación de cointegración entre dos o más variables – tal como vemos en ecuación (3) – puede ser el resultado de una teoría económica. [8]

(e) ¿Cuál es, en en ejemplo que has elegido, el significado económico del modelo de corrección de error en ecuación (4)? [6]

Total de pregunta 6: [33]

Referencias

Blanchard, O. J. y Quah, D. (1989), 'The dynamic effects of aggregate demand and supply disturbances', *American Economic Review* **79**(4), 655–673.